

Prüfung Mathematik III

1. (8 Punkte) Eine chemische Reaktion wird beschrieben durch das System

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -2x(t) + y(t) + e^{-t} \\ \dot{y}(t) = 4x(t) - 2y(t) \end{cases}$$

mit $x(0) = 1$ und $y(0) = 0$.

Berechnen Sie den minimalen Wert von $x(t)$.

2. (6 Punkte) Die Temperatur in einem Kreisring mit Radien $R_1 = 1$ und $R_2 = 2$ erfüllt

$$\begin{cases} \Delta u + \ln(r) = 0 \\ u|_{r=1} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial n} u|_{r=2} = 0 \end{cases}$$

Berechnen Sie u .

3. (8 Punkte) Es sei $\Omega = (0, \pi) \times (0, \frac{\pi}{2})$.
Gesucht ist die Lösung von

$$\begin{cases} \partial_t u = D\Delta u + e^{-\alpha t} & \text{in } \Omega \\ u = 0 & \text{auf } \partial\Omega \\ u(x, y, 0) = \sin(x)(\sin(2y) + \sin(4y)) \end{cases}$$

4. (10 Punkte) Es sei $\Omega = (0, a) \times (0, \infty)$.
Lösen Sie das Anfangs-Randwertproblem

$$\begin{cases} \partial_t u = D\Delta u & \text{in } \Omega \\ u = 0 & \text{auf } \partial\Omega \\ u(x, y, 0) = \begin{cases} x^2 - ax & h < y < 2h \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{cases}$$

Viel Erfolg!