D-CHAB
Prof. Dr. R. Sperb

Mathematik III

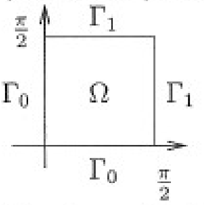
Frühling 2006

Prüfung Mathematik III

1. (**6 Punkte**) Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) + x(t) = \begin{cases} e^{-t} & 0 < t < 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases} \qquad x(0) = 1 \quad \dot{x}(0) = 0$$

2. (**8 Punkte**) Gegeben sei Ω durch:



Berechnen Sie die Lösung des Randwertproblems

$$\begin{cases} \Delta u - 4u + xy = 0 & \text{in } \Omega \\ u = 1 & \text{auf } \Gamma_0 \\ \frac{\partial u}{\partial n} = 0 & \text{auf } \Gamma_1 \end{cases}$$

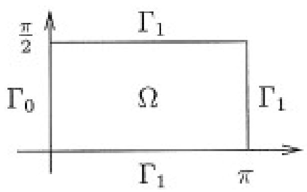
3. (**6 Punkte**) Gesucht ist die Lösung von

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = D\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{in } (0, \infty) \\ -u_x(0,t) + h(u(0,t) - 2) = 0 \\ u(x,0) = 1 \end{cases}$$

mit $h > 0$ und $D > 0$ konstant.

4. (**10 Punkte**) Berechnen Sie die Lösung von

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = D\Delta u \quad \text{in } \Omega \\ u = 1 - e^{-t} \quad \text{auf } \Gamma_0 \\ \frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad \text{auf } \Gamma_1 \\ u(x,y,0) = \begin{cases} 1 & \frac{\pi}{2} < x < \pi;\ \frac{\pi}{4} < y < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{cases}$$



mit $D > 0$ konstant.

Viel Erfolg!