

## Prüfung Mathematik III

1. (7 Punkte) Berechnen Sie die Lösung des Problems

$$\ddot{x}(t) + x(t) = f(t)$$

mit  $x(0) = 1$ ,  $\dot{x}(0) = 0$  und

$$f(t) = \begin{cases} \cos(t) & 0 < t < \pi \\ 0 & t > \pi \end{cases}$$

2. (9 Punkte) Gesucht ist die Lösung des Randwertproblems

$$\begin{cases} \Delta u - 2u + \cos(y) = 0 & \text{in } (0, \pi) \times (0, \frac{\pi}{2}) \\ \partial_x u(0, y) = 0 \\ u(\pi, y) = 1 \\ \partial_y u(x, 0) = 0 \\ \partial_y u(x, \frac{\pi}{2}) = 0 \end{cases}$$

3. (6 Punkte) Berechnen Sie die Lösung des Problems

$$\begin{cases} \partial_t u = D\partial_{xx}u + \sin(\frac{\pi}{L}x)te^{-\alpha t} & \text{in } (0, L) \times (0, \infty) \\ u(0, t) = u(L, t) = 0 \\ u(x, 0) = \sin(\frac{2\pi}{L}x) \end{cases}$$

4. (8 Punkte) Es sei  $\Omega = (0, L) \times (0, \infty)$   
Berechnen Sie die Lösung des Diffusionsproblems

$$\begin{cases} \partial_t u = D\Delta u & \text{in } \Omega \\ u = 0 & \text{auf } \partial\Omega \\ u(x, y, 0) = \begin{cases} \cos(\frac{\pi}{2L}x) & 1 < y < 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{cases}$$

**Viel Erfolg!**